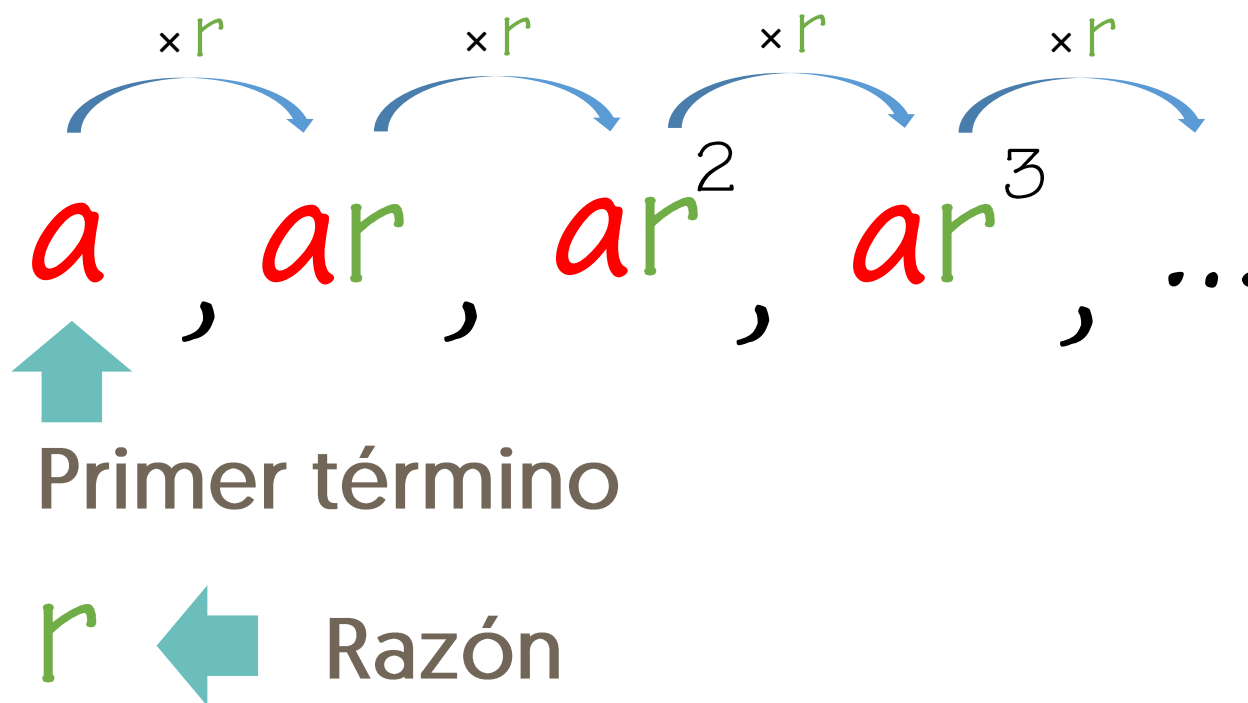


PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Definición

Una progresión geométrica es una sucesión de números en la que cada término se obtiene del anterior multiplicándolo por un número fijo llamado razón.



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Definición

Una progresión geométrica es una sucesión de números en la que cada término se obtiene del anterior multiplicándolo por un número fijo llamado razón.

$$\begin{array}{ccccccc} & \times r & & \times r & & \times r & & \times r \\ & \frown & & \frown & & \frown & & \frown \\ a & , & ar & , & ar^2 & , & ar^3 & , \dots \\ a_1 & , & a_2 & , & a_3 & , & a_4 & , \dots \end{array}$$

$$a_n = ar^{n-1}$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

EJEMPLO 1

$$a = 1$$

$$r = 2$$

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots$$

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$$

$$a_n = 2^{n-1}$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

EJEMPLO 2

$$\begin{array}{l} a = 1 \\ r = -3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \times (-3) \quad \times (-3) \quad \times (-3) \quad \times (-3) \quad \times (-3) \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ 1, -3, 9, -27, 81, \dots \\ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots \end{array}$$

$$a_n = (-1)^{n-1} \times 3^{n-1}$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

EJEMPLO 3

$$a = 5$$

$$r = 1$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & \times 1 & & \times 1 & & \times 1 & & \times 1 & & \times 1 & & \\ & \frown & & \frown & & \frown & & \frown & & \frown & & \\ 5 & , & 5 & , & 5 & , & 5 & , & 5 & , & \dots \\ a_1 & , & a_2 & , & a_3 & , & a_4 & , & a_5 & , & \dots \end{array}$$

$$a_n = 5$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

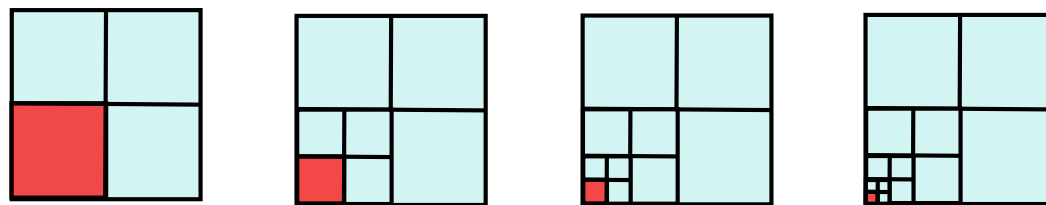
EJEMPLO 4

$$a = 1/4$$

$$r = 1/4 < 1$$

$$a_n = (1/4)^n$$

$$\begin{array}{cccc} & \times (1/4) & \times (1/4) & \times (1/4) & \times (1/4) \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \\ 1/4 & , & 1/16 & , & 1/64 & , & 1/256 & , & \dots \end{array}$$



$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

¿CUÁNTO VALE LA SUMA DE
DE LOS PRIMEROS n TÉRMINOS
DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA?

$$\begin{array}{ccccccc} & \times r & & \times r & & \times r & & \times r \\ & \frown & & \frown & & \frown & & \frown \\ a & , & ar & , & ar^2 & , & \dots & , & ar^{n-1} \\ a_1 & , & a_2 & , & a_3 & , & \dots & , & a_n \end{array}$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$(1-r)S_n = (1-r)\left[a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}\right]$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$(1-r)S_n = (1-r) \left[\overset{\times 1}{\underbrace{a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}}_{\times(-r)}} \right]$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\begin{aligned}(1-r)S_n &= (1-r)\left[a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}\right] \\ &= a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \\ &\quad - ar - ar^2 - ar^3 - \dots - ar^n\end{aligned}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\begin{aligned}(1-r)S_n &= (1-r)\left[a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}\right] \\ &= a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \\ &\quad - ar - ar^2 - ar^3 - \dots - ar^n\end{aligned}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\begin{aligned}(1-r)S_n &= (1-r)\left[a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}\right] \\ &= a + \cancel{ar} + \cancel{ar^2} + \dots + \cancel{ar^{n-1}} \\ &\quad - \cancel{ar} - \cancel{ar^2} - \dots - \cancel{ar^{n-1}} - ar^n\end{aligned}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\begin{aligned}(1-r)S_n &= (1-r)\left[a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}\right] \\ &= a - ar^n\end{aligned}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$(1 - r) S_n = a(1 - r^n)$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$S_n = a \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$S_n = a \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$S_n = a \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

Si $|r| < 1$ entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$S_n = a \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a}{1 - r}$$

$$\text{Si } |r| < 1$$

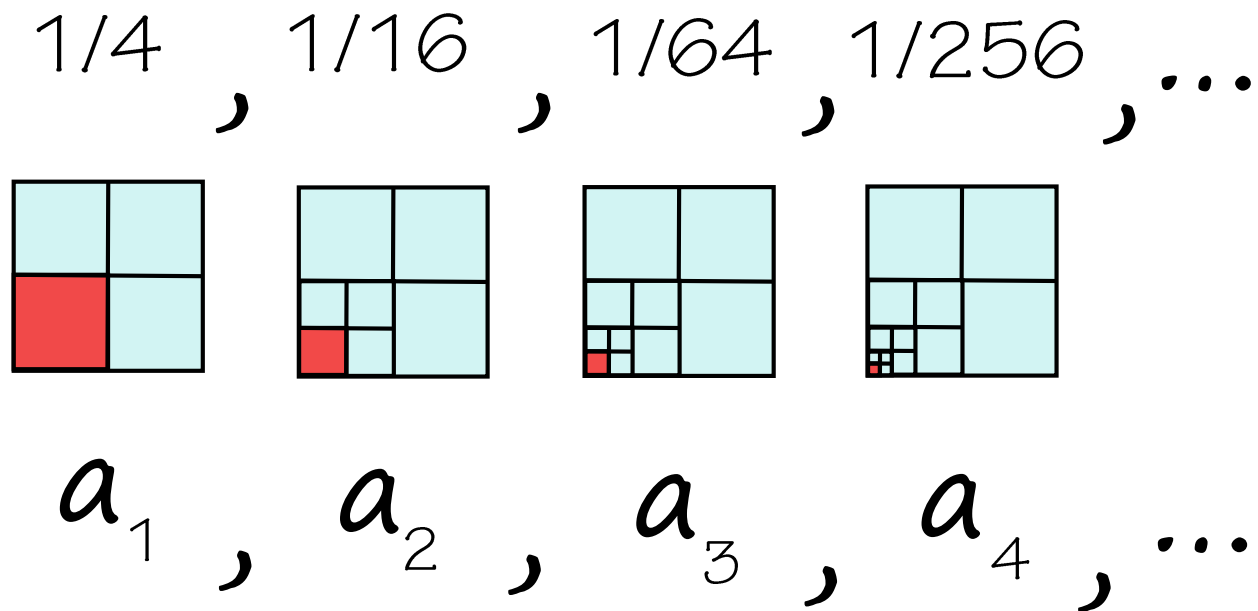
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a}{1-r}$$

$$\text{Si } |r| < 1$$



EJEMPLO 4 $a = 1/4$

$r = 1/4 < 1$

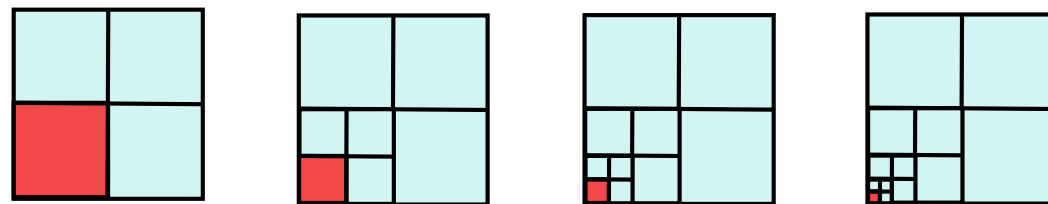


PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a}{1-r}$$

$$\text{Si } |r| < 1$$

$$1/4 + 1/16 + 1/64 + 1/256 + \dots$$



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$$

EJEMPLO 4

$$a = 1/4$$

$$r = 1/4 < 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a}{1-r}$$

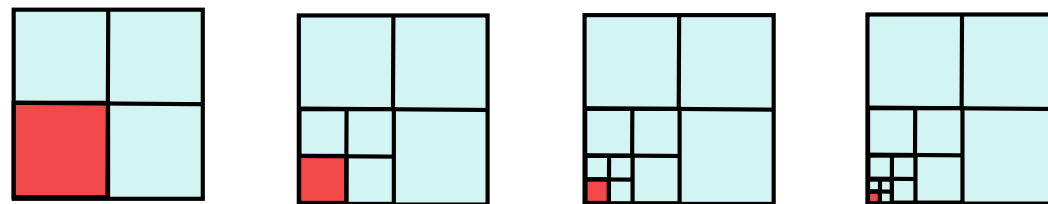


PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a}{1-r}$$

$$\text{Si } |r| < 1$$

$$1/4 + 1/16 + 1/64 + 1/256 + \dots$$



$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots$$

EJEMPLO 4

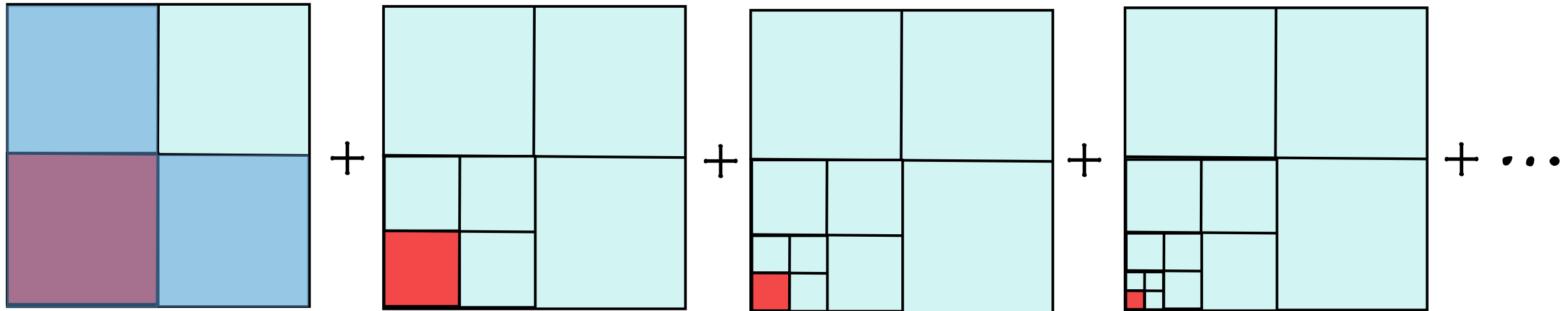
$$a = 1/4$$

$$r = 1/4 < 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$$



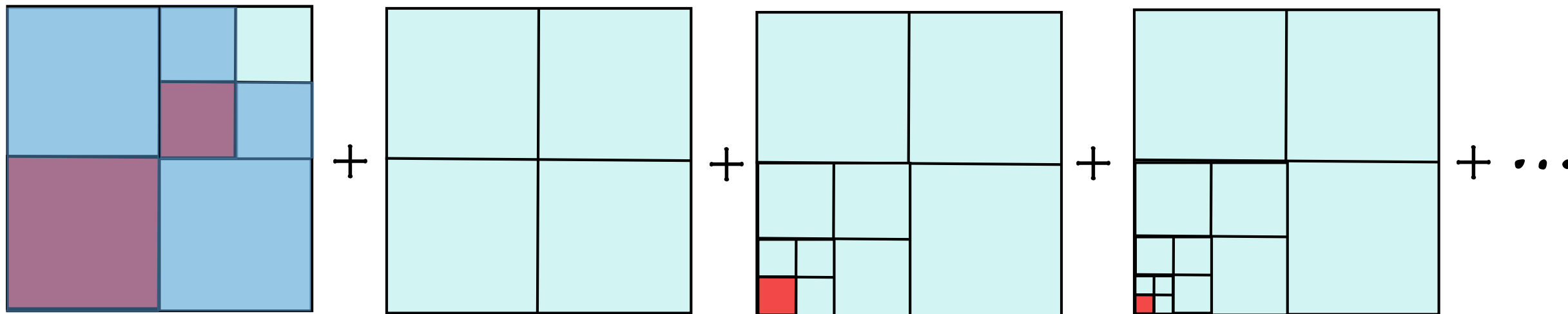
PROGRESIONES GEOMÉTRICAS



$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$$



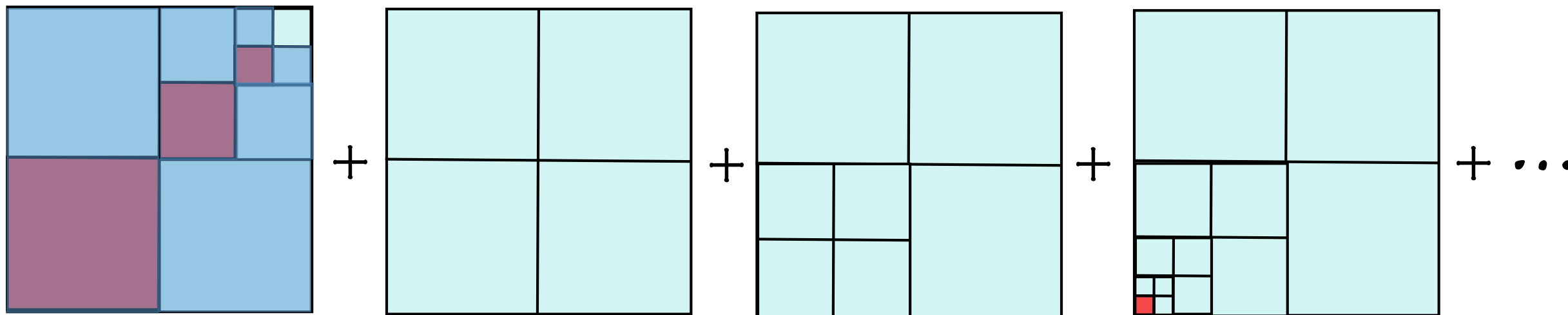
PROGRESIONES GEOMÉTRICAS



$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$$



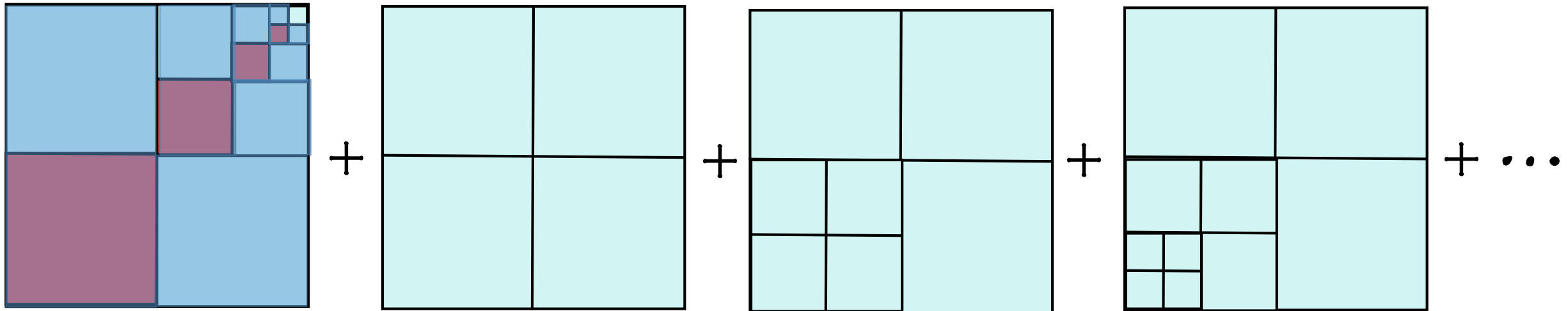
PROGRESIONES GEOMÉTRICAS



$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$$



PROGRESIONES GEOMÉTRICAS



$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3}$$

